



107 學年度工程數學(一)期中會考範圍及題型

★ 共出 10 大題，滿分 100 分：

1. 微分：(參考：會考參考題庫之第 1. 題) (10 分)
2. 積分：(參考：會考參考題庫之第 2. 題) (10 分)
3. 可分離方程式：(參考：會考參考題庫之第 3. 題) (10 分)
4. 可分離方程式：(參考：會考參考題庫之第 4. 題) (10 分)
4. 可分離方程式：(參考：會考參考題庫之第 5. 題) (10 分)
6. 可分離方程式(令 $u = y/x$)：(會考參考題庫之第 6. 題) (10 分)
7. 正合方程式：(參考：會考題庫之第 7. 題) (10 分)
8. 正合方程式：(參考：會考題庫之第 8. 題) (10 分)
9. 線性微分方程式：(參考：附件-會考題庫之第 9. 題) (10 分)
10. 線性微分方程式：(參考：附件-會考題庫之第 10. 題) (10 分)



107 學年度工程數學(一)期中會考參考題庫

* 煩請『命題老師』，適當改變題目之數值！

* 共 10 大題，滿分 100 分。

1. 求下列之微分。(由下列任選一題)(每題 10 分)

(1) $\frac{d}{dx} \left(\frac{2x-1}{x^2+1} \right)$

(2) $\frac{d}{dz} [\ln(z^2 + 4z + 5)]$

(3) $\frac{d}{du} (2u \sin u - 3 \cos u)$

(4) $\frac{d}{dy} (e^{-y^2})$

(5) $\frac{d}{d\theta} [\theta \sin(2 \ln \theta)]$

(6) $\frac{d}{dt} [(t^2 + 1)^{-1}]$

(7) $\frac{d}{dx} (x^2 e^{-3x})$

(8) $\frac{d^2}{dx^2} (x^2 e^{-3x})$

(9) $\frac{d}{du} (e^{-2u} \sin 3u)$

(10) $\frac{d^2}{du^2} (e^{-2u} \sin 3u)$

2. 求下列之積分。(由下列任選一題)(每題 10 分)

(1) $\int (2y - 2\sqrt{y}) dy$

(2) $\int (x^2 + 1)^2 dx$

(3) $\int \frac{e^t}{1+e^t} dt$

(4) $\int (x^2 + 3x + 2)^{-1} dx$

(5) $\int u e^{-2u} du$

(6) $\int \frac{2z+1}{z+z^2} dz$

(7) $\int_0^{\pi/2} \theta \sin 2\theta d\theta$

(8) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

(9) $\int_0^1 t(t^2 - 1)^{10} dt$

(10) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} e^{\cos \beta} \sin \beta d\beta$

3. 求解下列微分方程式。(由下列任選一題)(每題 10 分)

(1) $y' = 3x^2 + 4 \sin 2x$

(2) $y' = \frac{xy^2}{x^2 + 1}$

(3) $2x dx + 3e^{3u} du = 0$

(4) $4y dx - 3x dy = 0$

(5) $yy' = x e^{x^2 - y^2}$

(6) $y' \cos x = y \sin x$

(7) $y' + 3y = 0$

(8) $xy' + y = y^2$



4. 求解下列初始值問題。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $yy' = 2x \sec(3y)$; $y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{\pi}{3}$

(2) $(y+2)y' = \sin x$, $y(0) = 0$

(3) $y' = 3x^2(y+2)$, $y(2) = 8$

5. 求解下列初始值問題。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $2yy' = e^{x-y^2}$; $y(4) = -2$

(2) $x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy$; $y(-1) = -1$

(3) $\frac{dy}{dx} + 4y = y^2 + 4$; $y(1) = 0$

6. 利用變數變換法(令 $u = y/x$)，求解下列常微分方程式。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $(x+y)y' = y$

(2) $xy' - y = x^2 e^{y/x}$

(3) $xy' - y = \frac{y^2}{x}$

(4) $(x^2 + y^2)dx = xydy$; $y(1) = 1$

(5) $x \frac{dy}{dx} = y + 3x^4 \cos^2(y/x)$; $y(1) = 0$

7. 求解下列常微分方程式。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $(x^2 + y^2)dx + (x^2 - 2xy)dy = 0$

(2) $(2 + x + \frac{1}{y})y' + y = \frac{2}{x} - 3$

(3) $(y \cos x - \cos y)dx + (x \sin y + \sin x)dy = 0$

(4) $y' = \frac{-xy^2 - 2}{x^2y + e^{-y}}$

(5) $(2x \cos y + 3x^2y)dx + (x^3 - x^2 \sin y - y)dy = 0$

8. (由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) 求 k 之值，使得下列方程式為正合的；並求方程式之一般解。

$$(6xy^2 + \cos y)dx + (kx^2y - x \sin y)dy = 0$$

(2) 若 $(cx^2y + 2e^y)dx + (x^3 - kxe^y)dy = 0$ 為正合方程式，則請求出 c 及 k 之值。



9. 求下列線性微分方程式的一般解。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $\frac{dy}{dt} + y = e^{2t}$

(2) $x^2 y' = 1 - xy$

(3) $y' + y \sec x = \cos x$

(4) $(x+1)\frac{dy}{dx} + (x+2)y = 2xe^{-x}$

(5) $\frac{dx}{dt} - 2tx = t$

(6) $\frac{dy}{dx} + x^2 y = x^2$

(7) $y' + y = x - 2$

(8) $y' + x^{-1}y = \cos x$

10. 求解下列初始值問題。(由下列任選一題)(一題 10 分)

(1) $\frac{dy}{d\theta} + (\tan \theta)y = \cos^2 \theta; \quad y(0) = -1$

(2) $(x+1)dy = (\ln x - y)dx; \quad y(1) = 10$

(3) $x\frac{dy}{dx} - 2y = 2x^4; \quad y(2) = 8$

(4) $\frac{du}{dx} + 3x^2 u = x^2; \quad y(0) = 2$