

微積分（一）

期末會考範圍：

1. 高階導函數、隱函數的微分
2. 反三角函數的微分
3. 最大值、最小值、相對極值
4. 均值定理、遞增函數、遞減函數、臨界數
5. 一階導數檢驗法、函數的凹向性、反曲點、二階導數檢驗法
6. 函數與有理函數圖形的分析與描繪
7. 羅必達規則

109 學年度微積分(一)期末會考參考題庫

一、高階導函數

1. 若 $f(x) = -x^3 + 5x^2 + 3x - 4$, 求 $f'(2)$, $f''(2)$, 與 $f'''(2)$
2. 若 $f(x) = \tan^{-1} x$, 求 $f''(x)$
3. $y = e^{x^2} + 5x$, 求 y''
4. 若 $f(x) = e^{3x}$ 求 $f^{(n)}(x)$
5. 若 $f(x) = \frac{1}{1-x}$ 求 $f^{(n)}(x)$

二、隱函數的微分

1. $3x^2 + 2xy + y^3 = 9$, 求 $\frac{dy}{dx}$
2. $2x + \sin y = xy$, 求 $\frac{dy}{dx}$
3. $x^2 + y^2 = 20$, 求通過點 $(-2, 4)$ 的切線、法線方程式。
4. $x^2 + xy - y^2 = 1$, 求通過點 $(2, 3)$ 的切線、法線方程式。

三、反三角函數的微分

1. 若 $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x}$, 求 $f'(x)$
2. 若 $f(x) = \tan^{-1} 2x$, 求 $f'(x)$
3. $y = x \tan^{-1} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2)$, 求 $\frac{dy}{dx}$
4. $y = x \sin^{-1} x + \sqrt{1-x^2}$, 求 $\frac{dy}{dx}$

四、極值與反曲點

1. 已知 $f'(x) = (x-7) \cdot (x+1) \cdot (x+4)$ ，求 $f(x)$ 的臨界數、增減區間； $f(x)$ 在哪些點有極大值？在哪些點有極小值？
2. 已知 $f'(x) = (x+3)^2 \cdot (x-1)^3 \cdot (x-3)^8 \cdot (6-x)^5$ ，求 $f(x)$ 的臨界數、增減區間； $f(x)$ 在哪些點有極大值？在哪些點有極小值？
3. 已知 $f'(x) = x^{-\frac{1}{3}} \cdot (x+3)$ ，求 $f(x)$ 的臨界數、增減區間； $f(x)$ 在哪些點有極大值？在哪些點有極小值？
4. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ，求相對極值
5. $g(x) = (4-x^2)^{\frac{2}{3}}$ ，求相對極值
6. $f(x) = e^{-x^2/2}$ ，求相對極值與反曲點。
7. $f(x) = 5 + 3x^2 - 2x^3$ ，求相對極值與反曲點。

五、函數與有理函數圖形的分析與描繪

1. $f(x) = 2 + 3x - x^3$ ，求相對極大值、相對極小值、增減區間、反曲點、討論凹向性，並做出其圖形。
2. $f(x) = x^3 - 6x^2$ ，求相對極大值、相對極小值、增減區間、反曲點、討論凹向性，並做出其圖形。
3. 若 $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ ，求漸近線、相對極大值、相對極小值、增減區間、反曲點、討論凹向性，並做出其圖形。
4. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$ ，請寫出漸近線、相對極大值、相對極小值、增減區間、反曲點、討論凹向性，並做出其圖形。

六、羅必達規則

1. 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x^3 - 13x - 14}{x^5 - 32}$ 值

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1 - \frac{x}{2}}{x^2}$ 值。

3. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ 值

4. 求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{3x+1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$ 值

5. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x}$ 值

6. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{2}{x}\right)^x$ 值。