

機械系公告

108 學年度第 1 學期 期末各科會考範圍

工程數學(一) 期末會考範圍:

(註:本次範圍不含褶積與週期函數之拉式轉換,二階非齊次線性常微分方程式之特解不限定方法)

1. 二階齊次線性方程式(獨立解判斷與齊次解) : 分為兩小題。
2. 二階非齊次線性常微分方程式(分解降階法)。
3. 二階非齊次線性常微分方程式(待定係數法)。
4. 二階非齊次線性常微分方程式(逆運算子法)。
5. 求解歐拉-柯西方程式。
6. 求函數的拉氏轉換: 分為兩小題。
7. 求函數的拉氏轉換: 分為兩小題。(階梯函數)
8. 求函數的反拉氏轉換: 分為兩小題。
9. 拉氏轉換法應用(積分)。分為兩小題。
10. 拉氏轉換法應用, 求解方程式之初始值問題。

1. 二階齊次線性方程式(獨立解判斷與齊次解) : 分為兩小題。

1.1 獨立解判斷

試利用朗司基(Wronskian)行列式判斷各題之解是否為線性獨立

(1) $y'' - 5y' + 6y = 0$; $y_1(x) = e^{2x}, y_2(x) = e^{3x}$

(2) $y'' - 6y' + 9y = 0$; $y_1(x) = e^{3x}, y_2(x) = xe^{3x}$

(3) $y'' - 3y' + 2y = 0$; $y_1(x) = e^x, y_2(x) = e^{2x}$

1.2 求解下列二階常微分程式

(1). $y'' - y' - 12y = 0$

(2). $y'' + 2y' + 2y = 0$

(3). $y'' + 2y' + 5y = 0$

(4). $y'' - 8y' + 16y = 0$

(5). $y'' + 6y' + 25y = 0$

(6). $y'' + 7y' + 12y = 0$

2. 二階非齊次線性常微分方程式(分解降階法)。

(1) $y'' - 3y' + 2y = e^{3x}$

(2) $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$

(3) $y'' + 2y' + 5y = e^{-2x}$

(4) $y'' - 2y' + y = x - 2$

(5). $y'' - 5y' + 6y = e^{4x}$

3. 二階非齊次線性常微分方程式(待定係數法)。

(1). $y'' - 5y' + 6y = e^{4x}$

(2). $y'' - 5y' + 6y = \cos 3x$

(3). $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$

(4). $y'' + 3y = 12xe^{3x}$

(5). $y'' - 3y' + 2y = e^{4x} + 2x + 3$

(6). $y'' + y' - 2y = \sin 3x + e^{2x}$

4. 二階非齊次線性常微分方程式(逆運算子法): 分為兩小題。

(1). $y'' - 5y' + 6y = e^{6x}$

(2). $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$

(3). $y'' - 2y' + y = x - 2$

(4). $y'' + 7y' + 12y = x^2$

(5). $(D+1)(D-2)y = xe^{3x}$

(6). $y'' - 9y = \cos 3x + \sin 3x$

(7). $y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x} + 9x$

5. 求解歐拉-柯西方程式。

(1). $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3 (x > 0)$

(2). $x^2y'' - 5xy' + 13y = 0 (x > 0)$

(3). $t^2y'' + 21ty' + 100y = 0 (t > 0)$

(4). $(x+2)^2y'' - 5(x+2)y' + 9y = 0 (x > -2)$

(5). $x^2y'' + 2xy' - 2y = 6x$; $y(1) = 3, y'(1) = -7$

6. 求函數的拉氏轉換：分為兩小題。

(a) (由下列任選一題)(一題 5 分)

(1) $f(t) = 2t^2 - 3\cos t$

(2) $f(t) = (3-2t)^2$

(3) $f(t) = \cos^2 2t$

(4) $f(t) = \sin 2t \cos t$

(5) $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 1 \\ -3, & 1 < t < 2 \\ 0, & t \geq 2 \end{cases}$

(6) $f(t) = t^4 - 2t^2 - 3$

(b) (由下列任選一題)(一題 5 分)

(1) $f(t) = (t^2 + 1)e^{-t}$

(2) $f(t) = te^t - e^{-2t}$

(3) $f(t) = e^{4t} \cos 3t$

(4) $f(t) = e^{-t}(2 \cos 3t + \sin 3t)$

(5) $f(t) = e^{-2t}(3 - \sin t + \cos t)$

7. 求函數的拉氏轉換：分為兩小題。(階梯函數)

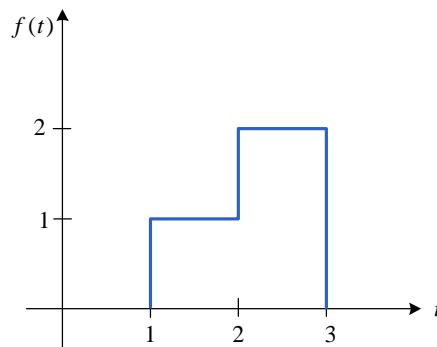
(1). $f(t) = u(t-3)$

(2). $f(t) = u\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

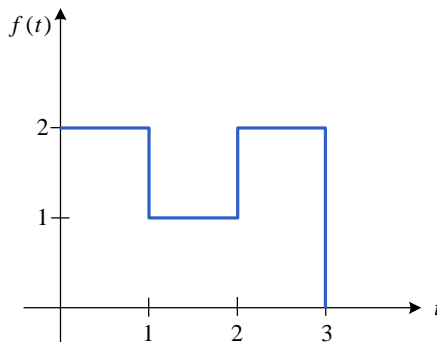
(3). $f(t) = 2u(t) - u\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

(4). $f(t) = \begin{cases} 2 & 0 < t < 2 \\ 1 & 2 < t < 4 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$

(5).



(6).



8. 求函數的反拉氏轉換：分為兩小題。

(a) (由下列任選一題)(一題 5 分)

$$\begin{array}{lll} (1) F(s) = \frac{4-3s}{s^2+4} & (2) F(s) = \frac{s^2}{(s+1)^3} & (3) F(s) = \frac{6}{4-3s} \\ (4) F(s) = \frac{2s-3}{s^2+9} & (5) F(s) = \frac{2s-8}{2s^2+8} & (6) F(s) = \frac{3s+2}{(s+2)^2} \end{array}$$

(b) (由下列任選一題)(一題 5 分)

$$\begin{array}{ll} (1) F(s) = \frac{1}{s^2-8s+7} & (2) F(s) = \frac{1}{s(s+1)(s-1)} \\ (3) F(s) = \frac{1}{(s-1)(s^2-2s+2)} & (4) F(s) = \frac{s^2+2s+3}{(s+2)(s-1)(s+1)} \\ (5) F(s) = \frac{6s+9}{s(s^2+9)} & (6) F(s) = \frac{2s-1}{s^2(s-1)} \end{array}$$

9. 拉氏轉換法應用(積分)。分為兩小題。

試求 1~4 題之積分。

$$\begin{array}{ll} (1). \int_0^{\infty} e^{-6t} \sin 4t dt & (2). \int_0^{\infty} t e^{-2t} \sin 4t dt \\ (3). \int_0^{\infty} \frac{e^{-t} - e^{-2t}}{t} dt & (4). \int_0^{\infty} e^{-t} \frac{\sin t}{t} dt \end{array}$$

10. 拉氏轉換法應用，求解方程式之初始值問題。(任選一題)

$$\begin{array}{l} (1) \frac{dy}{dt} + y = e^{-2t}; \quad y(0) = 1 \\ (2) \frac{dy}{dt} + 2y = 5 \sin t; \quad y(0) = -1 \\ (3) y'' + y = -1; \quad y(0) = 1, y'(0) = 0 \\ (4) y'' + 2y' + y = (6t+2)e^{-t}; \quad y(0) = 0, y'(0) = 1 \\ (5) y' - 2y = e^{2t}; \quad y(0) = -1 \end{array}$$