



108 學年度工程數學(一)期中會考範圍及題型

★ 共出 10 大題，滿分 100 分：

1. 可分離方程式 (參考：會考參考題庫之第 1.題) (10 分)
2. 可分離方程式 (參考：會考參考題庫之第 1.題) (10 分)
3. 可分離方程式初值問題 (參考：會考參考題庫之第 2.題) (10 分)
4. 線性一階微分方程式 (參考：會考參考題庫之第 3.題) (10 分)
5. 線性一階微分方程式初值問題 (參考：會考參考題庫之第 4.題)
(10 分)
6. 正合方程式 (參考：會考參考題庫之第 5.題) (10 分)
7. 正合方程式初值問題 (參考：會考題庫之第 6.題) (10 分)
8. 正合方程式 (參考：會考題庫之第 7.題) (10 分)
9. 變數變換法(令 $u = y/x$) (參考：會考題庫之第 8.題) (10 分)
10. 伯努利方程式 (參考：附件-會考題庫之第 9.題) (10 分)



108 學年度工程數學(一)期中會考參考題庫

* 煩請『**命題老師**』，適當**改變**題目之數值！

* 共 10 大題，滿分 100 分。

1. 判斷微分方程式是否為可分離？若為可分離，則求其**通解**（可能是隱式解），以及由分離變數產生的**奇異解**；若方程式為不可分離，則不需求解。**(由下列任選 2 題)(每題 10 分)**

(1) $3y' = \frac{4x}{y^2}$ (2) $y + xy' = 0$ (3) $e^{x+y}y' = 3x$

(4) $\cos(y)y' = \sin(x+y)$ (5) $x\sin(y)y' = \cos(y)$ (6) $xy' + y = y^2$

(7) $y + y' = e^x - \sin(y)$ (8) $\frac{x}{y}y' = \frac{y^2 + 1}{x + 1}$

2. 求解**初值問題**。**(由下列任選 1 題)(每題 10 分)**

(1) $y' = 3x^2(y+2)$; $y(2) = 8$ (2) $xy^2y' = y+1$; $y(3e^2) = 2$

(3) $\ln(y^x)y' = 3x^2y$; $y(2) = e^3$ (4) $yy' = 2x\sec(3y)$; $y(2/3) = \pi/3$

3. 求線性一階微分方程式之**通解**。

(1) $y' - \frac{3}{x}y = 2x^2$ (2) $y' + 2y = x$ (3) $y' - 2y = -8x^2$

(4) $y' + \sec(x)y = \cos(x)$ (5) $x^2y' = 1 - xy$ (6) $(x+1)\frac{dy}{dx} + (x+2)y = 2xe^{-x}$

4. 求解**初值問題**。**(由下列任選 1 題)(每題 10 分)**

(1) $y' + 3y = 5e^{2x} - 6$; $y(0) = 2$ (2) $y' + \frac{1}{x-2}y = 3x$; $y(3) = 4$

(3) $y' + \frac{2}{x+1}y = 3$; $y(0) = 5$ (4) $\frac{dy}{dx} + \tan(x)y = \cos^2(x)$; $y(0) = -1$

5. 判斷給定之方程式是否為**正合的**？若為正合的，請求方程式的**一般解**。若方程式不是正合的，則不需求解。**(由下列任選 1 題)(每題 10 分)**



(1) $\frac{1}{x} + y + (3y^2 + x)y' = 0$ (2) $(\cos y + y \cos x)dx + (\sin x - x \sin y)dy = 0$

(3) $(2x^2 + 3y^2)dy + (4xy + 2x^2y)dx = 0$ (4) $y' = \frac{x^2 + 2xy}{y^2 - x^2}$

(5) $2y^2 + ye^{xy} + (4xy + xe^{xy} + 2y)y' = 0$ (6) $y' = \frac{1 + y^2 + 3x^2y}{1 - 2xy - x^3}$

6. 求解初值問題。(由下列任選 1 題)(每題 10 分)

(1) $3y^4 - 1 + 12y^3y' = 0$; $y(1) = 2$ (2) $e^y dx + (xe^y - 1)y' = 0$; $y(5) = 0$

(3) $(y^2 \cos x - 3x^2y - 2x)dx + (2y \sin x - x^3 + \ln y)dy = 0$; $y(0) = e$

7. 求常數 k 及 c 之值，使得下列方程式為正合的；並求此正合方程式之一般解。

(由下列任選 1 題)(每題 10 分)

(1) $(kxe^{3y} + \cos y)dx + (6x^2e^{3y} - x \sin y)dy = 0$

(2) $2xy^3 - 3y - (3x + kx^2y^2 - 2ky)y' = 0$

(3) $(cx^2ye^y + 2 \cos y)dx + (x^3e^y y + x^3e^y + kx \sin y)dy = 0$

8. 利用變數變換法(令 $u = y/x$)，求解下列微分方程式。(由下列任選 1 題)(每題 10 分)

(1) $y' = \frac{y}{x+y}$ (2) $(x - 2y)y' = 2x - y$ (3) $xy' = x^2e^{y/x} + y$

(4) $y' = \frac{1}{x^2}y^2 - \frac{1}{x}y + 1$ (5) $(x^2 + 2y^2)dx = xydy$; $y(-1) = 1$

(6) $x \frac{dy}{dx} = y + 3x^4 \cos^2(y/x)$; $y(1) = 0$

9. 求解下列的伯努利方程式。(由下列任選 1 題)(每題 10 分)

(1) $y' + xy = xy^2$ (2) $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x}y^2 + \frac{2}{x}y$ (3) $\frac{dy}{dx} - y = e^x y^2$

(4) $x^3y' = x^2y - y^3$